

文章编号: 1000-7598 (2012) 04-1079-09

饱和土体中空沟对移动荷载被动隔振的 2.5D 边界元法分析

徐 斌^{1,2}, 雷晓燕¹, 徐满清², 刘林芽¹

(1. 华东交通大学 铁路环境振动与噪声教育部工程研究中心, 南昌 330013; 2. 南昌工程学院 土木工程系, 南昌 330029)

摘 要: 根据饱和土 Biot 理论及移动荷载特性, 采用积分变换方法, 推导了半无限饱和土体频域-波数内的边界积分方程, 讨论了 2.5D 边界积分方程中 Cauchy 的奇异性, 并分析了空沟对移动荷载引起饱和土体振动的被动隔振效果。通过与已知文献结果比较, 验证了算法的正确性。数值结果表明, 采用 2.5D BEM 不仅可以解决具有复杂表面的移动荷载作用下动力响应问题, 而且可极大减小计算工作量。对于饱和土体受高速移动荷载作用, 空沟更能有效减小土体孔压、竖向位移的振幅; 当荷载速度较小时, 空沟对土体表面的水平向位移几乎不起衰减作用, 甚至有放大效应。另外, 随空沟距振源的距离增大, 空沟能够更好阻隔土体表面波传播。

关 键 词: 2.5D 边界元法; 空沟; 移动荷载; 饱和土; 被动隔振

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

Analysis of effectiveness of passive isolation for vibration due to moving loads on saturated soil by using open trench with 2.5D boundary element method

XU Bin^{1,2}, LEI Xiao-yan¹, XU Man-qing², LIU Lin-ya¹

(1. Engineering Research Center of Railway Environmental Vibration and Noise of Ministry of Education, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. Department of Civil Engineering, Nanchang Institute of Technology, Nanchang 330029, China)

Abstract: Based on Biot's theory and considering the property of moving loads, the boundary integral equations in the frequency domain-wave number for semi-infinite saturated soil is obtained by using the integral transform methods. The Cauchy type singularity of the 2.5D boundary integral equation is discussed and the effectiveness of passive vibration isolation using the open trench on the saturated soil is analyzed. Comparing the result with an existing one shows a good agreement. Numerical results show that, the present 2.5D boundary element method (BEM) is not only adaptable to solve the dynamic responses of moving loads with complicated boundary conditions, but also the computation time can be decreased greatly. For moving loads with high velocity, a considerable oscillation reduction of the pore pressure and the vertical displacement can be achieved by using open trench. The open trench barrier has no effect on the horizontal displacement for moving loads with lower velocity, even has the amplificatory effect on the vibration. Moreover, with the increasing of the distance between the vibration source and the open trench, the isolation effect of the surface wave propagation may be improved.

Key words: 2.5D boundary element method; open trench; moving loads; saturated soil; passive vibration isolation

1 引 言

随着经济和社会的发展, 交通荷载运行引发周边环境振动已经受到国内外工程界广泛关注^[1]。人们把交通荷载产生的环境振动及噪声列为世界七大环境公害之一, 因此, 极有必要开展交通荷载引起振动的隔振措施研究^[2]。一般而言, 工程中振动

多是通过地基传播的, 所以地基屏障是一种有效的隔振方式。按屏障与振源距离可分为近场主动隔振和远场被动隔振, 据屏障形式又可分为连续屏障(空沟)和非连续屏障隔振(排桩)^[3]。目前对屏障隔振的分析主要有数值方法, 如: 边界元^[4-5]、有限元^[6]和试验研究^[7-8]。其中有限元法在分析半无限大土体振动问题时, 为保证计算边界不会阻挡波的传

收稿日期: 2010-10-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 50969007, No. 50978099); 国际科技合作与交流专项项目(No. 2010DFA82340); 中国博士后基金第 48 批资助项目(No. 20100480609); 江西省自然科学基金(No. 20114BAB206012); 江西省教育厅科技项目(No. GJJ11252, No. GJJ12629)。

第一作者简介: 徐斌, 男, 1971 年生, 博士, 副教授, 主要从事饱和土体-结构共同作用的动力问题方面的研究。E-mail: xmq418@163.com

播,并且不会产生明显的反射波,需建立人为边界条件,势必使有限元规模太大,增加计算成本。而边界元法可以较好地解决波的传播,特别是考虑到空沟对移动荷载的隔振问题:沿荷载移动方向,结构几何形状和性质不变,因此,可把沿荷载方向传播的波采用 Fourier 变换,分解成一系列沿荷载方向传播的平面波,从而使计算的三维问题转化为平面应变问题,即离散波数边界元法,文献[9-10]利用该方法分析了地震工程中波场散射问题。熊浩等^[11]采用二维格子法,针对层状地基中作用于路堤上的交通荷载引起振动的空沟竖向隔振问题进行了参数研究。

值得指出是,上述文献一般把土体考虑为弹性土体,忽略了土体中水相、土颗粒之间的相互耦合作用。众所周知,饱和土体包含孔隙水、土颗粒二种材料。因此,对于饱和土体不能仅仅当作为均质的弹性土体。在我国沿海地区的土多属于饱和土,因此用线弹性模型来描述这类土是很粗糙地近似。考虑土体为饱和土体,文献[12]利用解析方法研究了具有简单几何构形表面受移动载荷的问题。高广运等^[13]采用频域内饱和土的 2.5D 有限元法,分析了列车低速和高速运行条件下不同隔振措施的隔振效果。

本文考虑到饱和土体是由土骨架及水相组成,分别推导了单位集中力作用在土骨架时所对应的格林函数,以及单位散度源作用在孔隙介质流体时所对应的格林函数。由饱和土体的本构关系及互易定理,得到频域内饱和土体边界积分方程,再根据移动荷载特性,推导出频域-波数内的边界元(2.5D BEM),并且讨论了积分方程中格林函数的奇异性。利用文中方法,分析了具有复杂边界的饱和土体空沟对移动荷载的隔振效果。

2 饱和土 2.5D 格林函数

2.1 饱和土体 Biot 理论控制方程

为推导 2.5D 格林函数,定义时间 t 到频域 ω ,空间 z 到波数域 k_z 的 Fourier 变换对为

$$\begin{aligned}\bar{f}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad f(t) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \\ \hat{f}(k_z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(z) e^{ik_z z} dz, \quad f(z) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(k_z) e^{-ik_z z} dk_z\end{aligned}\quad (1)$$

式中:上标 $-$ 、 $\wedge$ 分别表示时间到频域、空间到波数域的 Fourier 变换。

根据文献[12]分析,二相饱和土体可由饱和土

体骨架位移 u_i ($i=1, 2, 3$) 及孔隙水压 p_f 4 个独立变量表示。因此,在频域内考虑体力作用, Biot 理论^[14-15]控制方程为

$$\left. \begin{aligned} m\bar{u}_{i,jj} + (\lambda + \mu)\bar{u}_{j,ji} + \rho_g \omega^2 \bar{u}_i - \alpha_g \bar{p}_{f,i} &= -\bar{F}_{gi} \\ \bar{p}_{f,jj} + \beta_2 \omega^2 \bar{p}_f - \beta_3 \bar{u}_{j,j} &= -\bar{q}_f \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: $m = \alpha_\infty \rho_f / \phi$; $\beta_1 = M / [m\omega^2 - i\omega(\eta/k)]$; $\beta_2 = 1/(\beta_1 \omega^2)$; $\beta_3 = \rho_f \omega^2 - \alpha[m\omega^2 - i\omega(\eta/k)]$; $\beta_4 = \rho_f \omega^2 \beta_1 / M$; $\alpha_g = \alpha - \beta_4$; $\rho_g = \rho - \beta_4 \rho_f$; $\rho = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f$; $\bar{F}_{gi} = \bar{F}_i - \beta_4 \bar{f}_i$; $\bar{q}_f = -\bar{f}_{f,i}$; λ, μ 为 Lamé 常数; F_i, f_i ($i=1,2,3$) 分别为作用在饱和土体及流体的体积力; α, M 分别为土骨架、水相压缩参数; ρ_f 为饱和土及孔隙水密度; ϕ 为孔隙率; α_∞ 为孔隙介质弯曲系数; η, k 分别为孔隙流体黏度和土体的渗透系数。

采用广义位移矢量 $\bar{\chi} = [\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \bar{p}_f]^T$ 与广义力矢量 $\bar{g} = [\bar{F}_{g1}, \bar{F}_{g2}, \bar{F}_{g3}, \bar{q}_f]^T$, 式(2)可表示为

$$B\bar{\chi} = -\bar{g} \quad (3)$$

2.2 2.5D 格林函数推导

根据格林函数定义,由式(3)可知,饱和土体格林函数 $\bar{U}^G$ 可表示为

$$B\bar{U}^G = -\delta(R)I_{4 \times 4} \quad (4)$$

式中: δ 为 Kronecker 符号。

由式(3)、(4)的形式可知,格林函数分量 $\bar{U}_{ij}^G$ 可以作为 $\bar{g}_j = \delta(R)$ 时,式(3)的惟一非 0 量解 $\bar{\chi}^{(j)}$, 因此,格林函数张量 $\bar{U}^G$ 可表示为

$$\bar{U}^G = [\bar{\chi}^{(1)}, \bar{\chi}^{(2)}, \bar{\chi}^{(3)}, \bar{\chi}^{(4)}] \quad (5)$$

由于饱和土体是由土骨架及水相组成,因此,格林函数张量 $\bar{U}^G$ 可分别由单位集中力作用在土骨架时所对应格林函数 $\bar{U}^{Gs}$ 、 $\bar{P}^{Gs}$, 以及单位散度源作用在孔隙介质流体时所对应格林函数 $\bar{U}^{Gf}$ 、 $\bar{P}^{Gf}$ 组成:

$$\bar{U}^G = \begin{bmatrix} \bar{U}^{Gs} & \bar{U}^{Gf} \\ \bar{P}^{Gs} & \bar{P}^{Gf} \end{bmatrix} \quad (6)$$

对于单位集中力作用在土骨架时所对应格林函数 $\bar{U}^{Gs}$ 、 $\bar{P}^{Gs}$, 由式(2)可得

$$\left. \begin{aligned} \mu \nabla^2 \bar{U}^{Gs} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \bar{U}^{Gs}) + \rho_g \omega^2 \bar{U}^{Gs} - \\ \alpha_g \bar{P}^{Gs} &= -\delta(R)I_{3 \times 3} \\ \nabla^2 \bar{P}^{Gs} + \beta_2 \omega^2 \bar{P}^{Gs} - \beta_3 \nabla \cdot \bar{U}^{Gs} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

据文献[16]可知, $\bar{U}^{Gs}$ 、 $\bar{P}^{Gs}$ 可采用 3 个标量势函数 $\bar{\phi}_f^{Gs}$ 、 $\bar{\phi}_s^{Gs}$ 、 $\bar{\psi}_f^{Gs}$ 表示为

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}^{\text{Gs}} &= \nabla \nabla \bar{\phi}_f^{\text{Gs}} + \nabla \nabla \bar{\phi}_s^{\text{Gs}} + (\nabla^2 \bar{\psi}_f^{\text{Gs}} \mathbf{I}_{3 \times 3} - \nabla \nabla \bar{\psi}_f^{\text{Gs}}) \\ \bar{P}^{\text{Gs}} &= A_f \nabla \nabla^2 \bar{\phi}_f^{\text{Gs}} + A_s \nabla \nabla^2 \bar{\phi}_s^{\text{Gs}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

把式(8)代入式(7)中,同时利用恒等式

$$-\delta(R) \mathbf{I}_{3 \times 3} = \nabla \nabla \left(\frac{1}{4\pi R} \right) + \left(\nabla^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} - \nabla \nabla \frac{1}{4\pi R} \right) \quad (9)$$

可得

$$\left. \begin{aligned} [a_f \nabla^2 \bar{\phi}_f^{\text{Gs}} + \rho_g \omega^2 \nabla^2 \bar{\phi}_f^{\text{Gs}}] + [a_s \nabla^2 \bar{\phi}_s^{\text{Gs}} + \rho_g \omega^2 \nabla^2 \bar{\phi}_s^{\text{Gs}}] &= \frac{1}{4\pi R} \\ [A_f \nabla^2 \bar{\phi}_f^{\text{Gs}} + d_f \bar{\phi}_f^{\text{Gs}}] + [A_s \nabla^2 \bar{\phi}_s^{\text{Gs}} + d_s \bar{\phi}_s^{\text{Gs}}] &= 0 \\ \nabla^2 \bar{\psi}^{\text{Gs}} + k_t^2 \bar{\psi}^{\text{Gs}} &= \frac{1}{4\pi \mu R} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: $a_f = \lambda + 2\mu - \alpha_g A_f$; $a_s = \lambda + 2\mu - \alpha_g A_s$; $d_f = \beta_2 A_f \omega^2 - \beta_3$; $d_s = \beta_2 A_s \omega^2 - \beta_3$; $k_f^2 = \rho_g \omega^2 / (\lambda + 2\mu - \alpha_g A_f)$; $k_s^2 = \rho_g \omega^2 / (\lambda + 2\mu - \alpha_g A_s)$; $k_t^2 = \rho_g \omega^2 / \mu$; 且 $\text{Re}(k_f) \leq \text{Re}(k_s)$ 。

对式(10)进行空间到波数域的 $z \rightarrow k_z$ Fourier 变换,可得频域、波数域内的势函数

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\phi}_f^{\text{Gs}} &= \frac{iA_s}{4k_f^2(a_f A_s - a_s A_f)} [H_0^{(2)}(\gamma_f r) - H_0^{(2)}(-ik_z r)] \\ \tilde{\phi}_s^{\text{Gs}} &= \frac{iA_f}{4k_s^2(a_s A_f - a_f A_s)} [H_0^{(2)}(\gamma_s r) - H_0^{(2)}(-ik_z r)] \\ \tilde{\psi}^{\text{Gs}} &= \frac{i}{4\rho_g \omega^2} [H_0^{(2)}(\gamma_t r) - H_0^{(2)}(-ik_z r)] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中: 上标~表示频域波数内的量。

对式(8)进行空间到波数域的 $z \rightarrow k_z$ Fourier 变换,并且把频域、波数域内的势函数代入后,可得到下式

$$\left. \begin{aligned} \tilde{U}_{ij}^{\text{Gs}} &= [\delta_f^{(s)} H_0^{(2)}(\gamma_f r) + \delta_s^{(s)} H_0^{(2)}(\gamma_s r) - \delta_t^{(s)} H_0^{(2)}(\gamma_t r)]_{,ij} - \delta_t^{(s)} H_0^{(2)}(\gamma_t r) \delta_{ij}, (i, j = 1, 2, 3) \\ \tilde{P}_i^{\text{Gs}} &= \chi_p [-H_0^{(2)}(\gamma_f r) + H_0^{(2)}(\gamma_s r)]_{,i}, (i = 1, 2, 3) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中: $\delta_f^{(s)} = iA_s / [4k_f^2(a_f A_s - a_s A_f)]$; $\delta_s^{(s)} = iA_f / [4k_s^2(a_s A_f - a_f A_s)]$; $\delta_t^{(s)} = i / (4\rho_g \omega^2)$; $\chi_p = -A_s k_f^2 \delta_s^{(s)}$ 。

当有一单位散度源作用在饱和土体流体介质时,所对应格林函数 $\bar{U}^{\text{Gf}}$ 、 $\bar{P}^{\text{Gf}}$,可由式(2)得

$$\left. \begin{aligned} \mu \nabla^2 \bar{U}^{\text{Gf}} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \bar{U}^{\text{Gf}}) + \rho_g \omega^2 \bar{U}^{\text{Gf}} - \alpha_g \bar{P}^{\text{Gf}} &= 0 \\ \nabla^2 \bar{P}^{\text{Gf}} + \beta_2 \omega^2 \bar{P}^{\text{Gf}} - \beta_3 \nabla \cdot \bar{U}^{\text{Gf}} &= -\delta(R) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

由于流体介质中不存在剪切波,因此,相应的格林函数 $\bar{U}^{\text{Gf}}$ 、 $\bar{P}^{\text{Gf}}$ 可用 2 个标量函数 $\bar{\phi}_f^{\text{Gf}}$ 、 $\bar{\phi}_s^{\text{Gf}}$ 表示为

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}^{\text{Gf}} &= \nabla \bar{\phi}_f^{\text{Gf}} + \nabla \bar{\phi}_s^{\text{Gf}} \\ \bar{P}^{\text{Gf}} &= A_f \nabla^2 \bar{\phi}_f^{\text{Gf}} + A_s \nabla^2 \bar{\phi}_s^{\text{Gf}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

利用与上类似的步骤,可得散度源作用在饱和土体流体介质时所对应的格林函数为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{U}_j^{\text{Gf}} &= \delta^{(f)} [H_0^{(2)}(\gamma_f r) - H_0^{(2)}(\gamma_s r)]_{,j}, (j = 1, 2, 3) \\ \tilde{P}^{\text{Gf}} &= \delta^{(f)} [-A_f k_f^2 H_0^{(2)}(\gamma_f r) + A_s k_s^2 H_0^{(2)}(\gamma_s r)] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: $\delta^{(f)} = i a_s / [4k_f^2(a_s A_f - a_f A_s)]$ 。

3 2.5D 边界元法

3.1 频域边界积分方程

考虑饱和土体状态 1 和状态 2,由饱和土体的本构关系及互易定理,可得

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(1)} \bar{\varepsilon}_{ij}^{(2)} + \bar{p}_f^{(1)} \xi^{(2)} = \bar{\sigma}_{ij}^{(2)} \bar{\varepsilon}_{ij}^{(1)} + \bar{p}_f^{(2)} \xi^{(1)} \quad (16)$$

式中: $\xi = w_{i,i}$ 为单位体积孔隙介质中流体体积增量; σ_{ij} 为土体总应力分量。

在任意区域 Ω 对式(16)进行积分,并由饱和土体控制方程式(2)可得

$$\begin{aligned} \int_S [\bar{t}_j^{(1)} \bar{u}_j^{(2)} - \bar{t}_j^{(2)} \bar{u}_j^{(1)}] dS - \int_S [\bar{p}_f^{(1)} \bar{w}_n^{(2)} - \bar{p}_f^{(2)} \bar{w}_n^{(1)}] dS = \\ \int_\Omega [\bar{p}_f^{(1)} \bar{V}_f^{(2)} - \bar{p}_f^{(2)} \bar{V}_f^{(1)}] d\Omega - \int_\Omega [\bar{F}_{gj}^{(1)} \bar{u}_j^{(2)} - \bar{F}_{gj}^{(2)} \bar{u}_j^{(1)}] d\Omega \end{aligned} \quad (17)$$

式中: s 为区域 Ω 所确定边界; $\bar{V}_f = \beta_1 \bar{g}_f / M$; $\bar{t}_j = \bar{\sigma}_{ij} n_i$ 为作用在边界上的面力; n_i 为边界外法线的方向余弦; $\bar{w}_n = \beta_1 (\bar{p}_{f,j} - \rho_f \omega^2 \bar{u}_j) n_j / M$ 为边界上外法线方向的流体渗透位移。

把饱和土体的真实解作为状态 1,而状态 2 对应于格林函数所确定的解。因此,在饱和土体土骨架上任意点 $\mathbf{x}$ 的 i 方向上作用一单位集中力,在不考虑体积力时,由式(17)可得饱和孔隙介质的 Somigliana 等式

$$\begin{aligned} \bar{u}_i(x, \omega) = \int_S [\bar{U}_{ij}^{\text{Gs}}(x, \zeta, \omega) \bar{t}_j(\zeta, \omega) - \bar{T}_{ij}^{\text{Gs}}(x, \zeta, \omega) \bar{u}_j(\zeta, \omega)] dS(\zeta) - \\ \int_S [\bar{W}_{ni}^{\text{Gs}}(x, \zeta, \omega) \bar{p}_f(\zeta, \omega) - \bar{P}_i^{\text{Gs}}(x, \zeta, \omega) \bar{w}_n(\zeta, \omega)] dS(\zeta) \end{aligned} \quad (18)$$

式中: $\bar{W}_{ni}^{\text{Gs}} = \beta_1 (\partial \bar{P}_i^{\text{Gs}}(x, \zeta, \omega) / \partial \zeta_j - \rho_f \omega^2 \bar{U}_{ij}^{\text{Gs}}) n_j(\zeta) / M$, $\bar{T}_{ij}^{\text{Gs}} = \bar{\sigma}_{ijk}^{\text{Gs}}(x, \zeta, \omega) n_k(\zeta)$ 。

同样,只考虑单位散度源作用在饱和土体流体介质时,饱和孔隙介质的 Somigliana 等式为

$$\begin{aligned} \bar{p}_f(x, \omega) = & \int_S [\bar{U}_j^{Gf'}(x, \zeta, \omega) \bar{t}_j(\zeta, \omega) - \\ & \bar{T}_j^{Gf'}(x, \zeta, \omega) \bar{u}_j(\zeta, \omega)] dS(\zeta) - \\ & \int_S [\bar{W}_n^{Gf'}(x, \zeta, \omega) \bar{p}_f(\zeta, \omega) - \\ & \bar{P}^{Gf'}(x, \zeta, \omega) \bar{w}_n(\zeta, \omega)] dS(\zeta) \end{aligned} \quad (19)$$

式中: $\bar{U}_j^{Gf'} = \beta_1 \bar{U}_j^{Gf} / M$; $\bar{T}_j^{Gf'} = \beta_1 \bar{T}_j^{Gf} / M$; $\bar{W}_n^{Gf'} = \beta_1 \bar{W}_n^{Gf} / M$; $\bar{P}^{Gf'} = \beta_1 \bar{P}^{Gf} / M$, M 为 Biot。

由式(6)、(18)、(19)可得到饱和土体统一的 Somigliana 等式

$$\begin{aligned} \bar{u}_i(x, \omega) = & \int_S [\bar{U}_{ij}^G(x, \zeta, \omega) \bar{t}_j(\zeta, \omega) - \\ & \bar{T}_{ij}^G(x, \zeta, \omega) \bar{u}_j(\zeta, \omega)] dS(\zeta), \quad (i, j = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (20)$$

根据文献[17]的方法, 当荷载的作用点向边界无限趋近时, 分析格林函数的奇异性, 可得到饱和土体频域内边界积分方程

$$\begin{aligned} c_{ij} \bar{u}_i(x, \omega) = & \int_S [\bar{U}_{ij}^{Gs}(x, \zeta, \omega) \bar{t}_j(\zeta, \omega) - \\ & \bar{T}_{ij}^{Gs}(x, \zeta, \omega) \bar{u}_j(\zeta, \omega)] dS(\zeta), \quad (i, j = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (21)$$

式中: 在光滑边界时, $c_{ij} = \delta_{ij} / 2$,

3.2 2.5D 边界元方程

对于以速度 v 、频率 ω_0 沿 z 轴方向移动的荷载, 引起饱和土体动力响应可表示为

$$u_i(x, t) = u_i(x_\perp, z - vt) e^{i\omega_0 t}, \quad t_i(x, t) = t_i(x_\perp, z - vt) e^{i\omega_0 t} \quad (22)$$

对式(22)进行时间、空间 Fourier 变换, 可得

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i(x_\perp, k_z, \omega) = & 2\pi \delta(\omega + \omega_0 - k_z v) \hat{U}_i(x_\perp, k_z), \\ \tilde{t}_i(x_\perp, k_z, \omega) = & 2\pi \delta(\omega + \omega_0 - k_z v) \hat{T}_i(x_\perp, k_z) \end{aligned} \quad (23)$$

式中: $\hat{U}_i(x_\perp, k_z) = \int_{-\infty}^{\infty} u_i(x_\perp, z - vt) e^{ik_z(z-vt)} d(z - vt)$;

$\hat{T}_i(x_\perp, k_z) = \int_{-\infty}^{\infty} t_i(x_\perp, z - vt) e^{ik_z(z-vt)} d(z - vt)$ 。

把式(23)代入到波数域的式(21)中, 可得到频率-波数域的 2.5D 边界元积分方程

$$\begin{aligned} c_{ij} \hat{U}_j(x_\perp, k_z) = & \int_\Gamma \tilde{U}_{ij}^G(\zeta_\perp - x_\perp, -k_z, k_z v) \cdot \\ & \hat{T}_j(x_\perp, k_z) d\Gamma(\zeta_\perp) - \\ & \int_\Gamma \tilde{T}_{ij}^G(\zeta_\perp - x_\perp, -k_z, k_z v) \hat{U}_j(x_\perp, k_z) d\Gamma(\zeta_\perp) \end{aligned} \quad (24)$$

对于饱和土体内任一点, 有

$$\begin{aligned} \hat{U}_j(x_\perp, k_z) = & \int_\Gamma \tilde{U}_{ij}^G(\zeta_\perp - x_\perp, -k_z, k_z v) \cdot \\ & \hat{T}_j(x_\perp, k_z) d\Gamma(\zeta_\perp) - \\ & \int_\Gamma \tilde{T}_{ij}^G(\zeta_\perp - x_\perp, -k_z, k_z v) \hat{U}_j(x_\perp, k_z) d\Gamma(\zeta_\perp) \end{aligned} \quad (25)$$

当 $\zeta_\perp \rightarrow x_\perp$ 时, 式(24)中的格林函数 $\tilde{T}_{ij}^G(\zeta_\perp - x_\perp, -k_z, k_z v)$ 存在奇异性, 可借助辅助问题组合解, 消除奇异性。辅助问题为各向同性弹性静态 Kelvin 解与 Laplace 方程解的组合。对于组合的辅助问题, 边界积分方程为

$$\begin{aligned} c_{ij}^{(a)} u_j^{(a)}(x_\perp) = & \int_\Gamma [U_{ij}^{Ga}(\zeta_\perp - x_\perp) t_j^{(a)}(\zeta_\perp) - \\ & T_{ij}^{Ga}(\zeta_\perp - x_\perp) u_j^{(a)}(\zeta_\perp)] d\Gamma(\zeta_\perp) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} U^{Ga} = [U_{ij}^{Ga}] = & \begin{bmatrix} U_{12}^{Ga} & U_{12}^{Ga} & 0 & 0 \\ U_{21}^{Ga} & U_{22}^{Ga} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U_{33}^{Ga} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p^{Ga} \end{bmatrix} \\ T^{Ga} = [T_{ij}^{Ga}] = & \begin{bmatrix} T_{12}^{Ga} & T_{12}^{Ga} & 0 & 0 \\ T_{21}^{Ga} & T_{22}^{Ga} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{33}^{Ga} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_n^{Ga} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

式中: $U_{ij}^{Ga} = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left[(3-4\nu) \lg \frac{1}{r} \delta_{ij} + r_{,i} r_{,j} \right]$;

$$\begin{aligned} U_{33}^{Ga} = & \frac{1}{2\pi\mu} \lg \frac{1}{r}; \quad T_{ij}^{Ga} = \frac{1}{4\pi r(1-\nu)} \left\{ \frac{\partial r}{\partial n} [(1-2\nu)\delta_{ij} + \right. \\ & \left. 2r_{,i} r_{,j}] - (1-2\nu)(r_{,i} n_j - r_{,j} n_i) \right\}; \quad p^{Ga} = \frac{1}{2\pi} \lg \frac{1}{r}; \quad T_{33}^{Ga} = \\ & w_n^{Ga} = -\frac{1}{2\pi r} r_{,k} n_k; \quad (i, j = 1, 2)。 \end{aligned}$$

值得注意的是式(26)中, Γ 是辅助问题与原问题相同的边界, 但辅助问题的外法向和原问题的外法向相反。因此, 如果原问题的计算区域是一个有限区域, 则辅助问题的区域就是包围该有限区域的无限区域。

如果把式(24)在 $x_\perp$ 点的解作为常数解施加到式(26)中, 则有

$$\begin{aligned} c_{ij}^{(a)} \tilde{u}_j^{(a)}(x_\perp, k_z, \omega) - c_\infty \tilde{u}_i(x_\perp, k_z, \omega) = \\ \int_\Gamma [\tilde{T}_{ij}^{Ga}(\zeta_\perp - x_\perp) \tilde{u}_j^{(a)}(\zeta_\perp) d(\zeta_\perp) \end{aligned} \quad (28)$$

式中: $c_\infty = 1$ 、 $1/2$ 、 0 分别对应辅助问题的区域为无限域、半无限域和有限域。

把式(28)与式(24)相加, 可得

$$\begin{aligned} 1 - c_\infty \hat{U}_i(x_\perp, k_z) = & \int_\Gamma [\tilde{U}_{ij}^G(\zeta_\perp - x_\perp, -k_z, k_z v) - \\ & U_{ij}^{Ga}(\zeta_\perp - x_\perp) \hat{T}_j(x_\perp, k_z) d\Gamma(\zeta_\perp) + \\ & \int_\Gamma U_{ij}^{Ga}(\zeta_\perp - x_\perp) \hat{T}_j(x_\perp, k_z) d\Gamma(\zeta_\perp) - \\ & \int_\Gamma \tilde{T}_{ij}^G(\zeta_\perp - x_\perp, -k_z, k_z v) \hat{U}_j(x_\perp, k_z) - \\ & \int_\Gamma T_{ij}^{Ga}(\zeta_\perp - x_\perp) \hat{U}_j(x_\perp, k_z) d\Gamma(\zeta_\perp) \end{aligned} \quad (29)$$

上式边界积分方程中的 Cauchy 型奇异性已消除。

4 数值计算与算例分析

4.1 数值计算方法

由于荷载在移动方向进行空间到波数域的变换, 因此, 式 (29) 中的边界积分可采用一般的 2D 边界元法计算。对于边界 Γ , 采用 N_e 个等参单元离散, 每个等参单元有 N 个节点。在局部坐标系 $-1 \leq \eta \leq 1$ 下, 节点 $\mathbf{x}$ 有

$$\mathbf{x}(\eta) = \sum_{i=1}^N N_i(\eta) \mathbf{x}^{(i)}, \quad \tilde{u}_i(\eta) = \sum_{i=1}^N N_i(\eta) \tilde{u}_i^{(i)},$$

$$\tilde{t}_i(\eta) = \sum_{i=1}^N N_i(\eta) \tilde{t}_i^{(i)} \quad (30)$$

边界 Γ 上离散节点可作为场点, 任一场点 $\mathbf{x}_m$ 与 $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_r$ ($r=1$ 或 2) 个单元相联, 记 $\mathbf{x}_m$ 所在单元 $\mathbf{e}_k$ ($k=1 \sim r$) 的节点为 n_k 。由式 (30), 边界元方程式 (29) 可离散为

$$1 - c_\infty \hat{U}_i(\mathbf{x}_m) = \sum_{k=1}^{N_e} \sum_{l=1}^N \hat{T}_j^{(kl)} \int_{\Gamma_k} (\tilde{U}_{ij}^G - U_{ij}^{Ga}) N_l(\eta) J(\eta) d\eta +$$

$$\sum_{k=1}^{N_e} \sum_{l=1}^N \hat{T}_j^{(kl)} \int_{\Gamma_k} U_{ij}^{Ga} N_l(\eta) J(\eta) d\eta -$$

$$\sum_{k=1(k \neq e_{1 \dots e_r})}^{N_e} \sum_{l=1}^N [\hat{U}_j^{(kl)} \int_{\Gamma_k} \tilde{T}_{ij}^G N_l(\eta) J(\eta) d\eta] -$$

$$\sum_{k=e_{1 \dots e_r}}^{N_e} \sum_{l=1}^N \{ \hat{U}_j^{(kl)} \int_{\Gamma_k} [\tilde{T}_{ij}^G N_l(\eta) - \delta_{n_k l} T_{ij}^{Ga}] J(\eta) d\eta \} +$$

$$\hat{U}_j(\mathbf{x}_m) \sum_{k=1(k \neq e_{1 \dots e_r})}^{N_e} \int_{\Gamma_k} T_{ij}^{Ga} J(\eta) d\eta \quad (31)$$

求解边界积分方程后可得到频域解, 空间域的解则由 Fourier 逆变换来完成, 采用 FFT 法, 样本点数为 N_T , 空间、波数域的样本间距分别为 Δz 、 Δk_z , 满足如下关系:

$$\Delta k_z = \frac{2\pi}{N_T \times \Delta z} \quad (32)$$

式中: Δz 必须满足 $\Delta z \leq \lambda_{\min}/2$, 才能保证不泄频, 其中 $\lambda_{\min}$ 为最小波长。

4.2 数值验算

为保证计算的准确性, 分析图 1 所示, 饱和土体表面以速度 v 沿 z 轴正方向移动点荷载 F_z 。

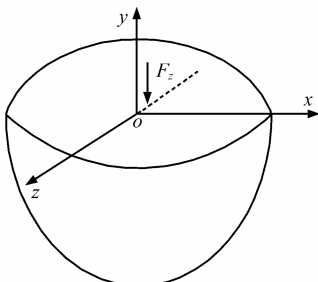


图 1 饱和土体受移动点荷载作用示意图。

Fig.1 The diagram of the saturated soil subjected to a moving point loads

图 2 表示在不同荷载速度 $v=0.1 v_{SH}$ 、 $0.5 v_{SH}$ 、 $0.9 v_{SH}$ 下, 采用文中 2.5D 边界元法得到的竖向位移 $u_y^* = \mu u_y a_R / F_z$ 在坐标 $-2.0 \text{ m} \leq z^* = z - vt \leq 2.0 \text{ m}$, $x=1.0 \text{ m}$, $y=-1.0 \text{ m}$ 的变化情况。其中: $v_{SH} = \sqrt{\mu/\rho_b}$, $a_R=1.0 \text{ m}$, 饱和土体参数为: $\mu=3.0 \text{ GPa}$, $a_\infty=2.0$, $\lambda=3 \text{ GPa}$, $\alpha=0.95$, $b_p=1.0 \times 10^{10} \text{ kg/m}^3 \cdot \text{s}$, $M=5 \text{ GPa}$, $\phi=0.3$, $\rho_s=2.5 \text{ g/cm}^3$, $\rho_f=1.0 \text{ g/cm}^3$ 。在进行频域-波数域内边界积分方程离散时, x 方向计算长度为 100 m , 采用 200 个 2 节点等参单元离散。空间域的解则采用 FFT 法, 样本点数为 $N=2041$, 波数域的样本间距 $\Delta k_z=0.1 \text{ m}^{-1}$ 。文献[11]采用解析法的结果同样标示在图中, 从图 2 中可知, 本文方法的结果与文献[12]相一致。

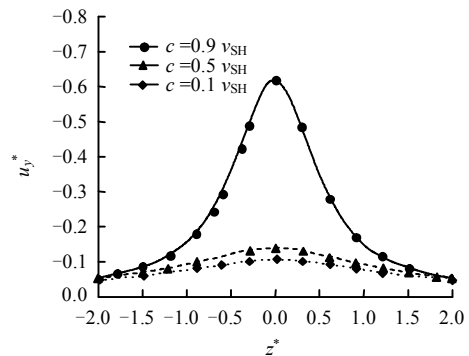


图 2 本文解与文献[12]结果比较。

Fig.2 Comparison of the present results with the ref.[12].

4.3 算例分析

分析空沟对移动荷载的被动隔振效果, 如图 3 示, 空沟深度为 H , 宽度为 W , 荷载与沟侧边缘的间距为 L , 振源为竖向简谐钟形分布, 荷载沿 z 轴方向以速度 v 移动: $F(x, y, z - vt) = -F_0 e^{-(z-vt/a_1)^2} e^{i\omega_0 t}$, x 方向分布长度为 $-2.0 \text{ m} \leq x \leq 2.0 \text{ m}$, $a_1=6.0 \text{ m}$, $\omega_0=40\pi \text{ s}^{-1}$, 空沟计算参数为: $L=12.0 \text{ m}$, $H=4.0 \text{ m}$, $W=2.0 \text{ m}$ 。饱和土体参数为: $\mu=2.0 \times 10^7 \text{ N/m}^2$, $a_\infty=3.0$, $\lambda=4.0 \times 10^7 \text{ N/m}^2$, $\alpha=0.95$, $b_p=1.0 \times 10^9 \text{ kg/m}^3 \cdot \text{s}$, $M=4.0 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, $\phi=0.3$, $\rho_s=2.5 \text{ g/cm}^3$, $\rho_f=1.0 \text{ g/cm}^3$ 。

据文献[18]的分析, 随荷载速度增大, 饱和土体振动的频谱曲线向高频转移, 因此, 在不计荷载速度影响, 只考虑荷载振动的固有频率下, 所得到的波长为土体中最短波长。由已知的饱和土体及荷载参数, 土体中最短波长可近似 $\lambda_{\min} \approx 5.0 \text{ m}$ 。边界单元采用 2 节点等参单元, 并且每个单元长度不大于 $1/3$ 最短波长进行离散。采用 FFT 进行 Fourier 逆变换时^[18], 样本点数为 $N=801$, 空间域的样本

间距 $\Delta z = 2.0 \text{ m}$ 。

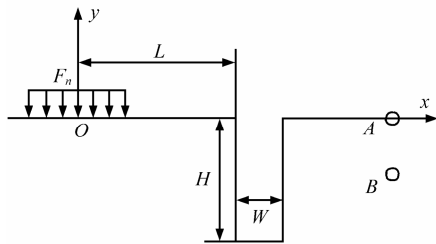


图3 空沟对移动荷载的被动隔振示意图

Fig.3 The diagram of passive vibration isolation due to a moving loads by using open trench

图4~7分别表示不同荷载速度下,采用空沟隔振前后,观察点B(18 m, 2 m, 0.0 m)的孔压 $p_f^* = p_f / \mu$ 和观察点A(18 m, 0.0 m, 0.0 m)的竖向、

水平向位移 $u_y^* = \mu u_y a_1 / F_n$ 、 $u_x^* = \mu u_x a_1 / F_n$ 、 $u_z^* = \mu u_z a_1 /$

从图中可知:不同荷载速度下,空沟对饱和土体中孔隙水压力、土体表面竖向位移的振动能够有效阻隔,特别是在高速时,空沟更能够有效阻隔土体孔压、竖向位移的振荡。对于水平位移,当荷载速度较小时,空沟对土体表面的水平向位移几乎不起衰减作用,甚至有放大效应,虽然在高速时空沟对水平向位移有一定阻隔效果,但没有对竖向位移的阻隔效果好。主要是随荷载速度的提高,土体振动的频谱曲线向高频转移^[19],即当荷载速度较低时,土体振动响应更多对应于低频成分,土体中有更多实体波经空沟下方绕过,因此,空沟对土体表面的水平向位移几乎不起衰减作用。

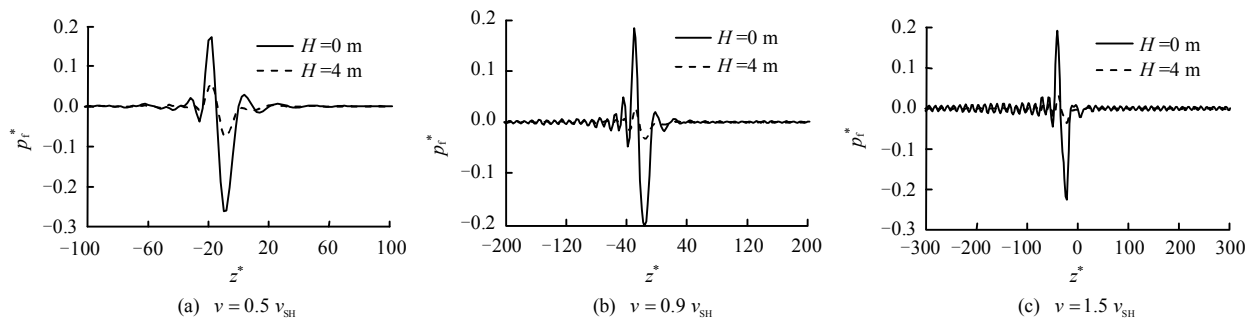


图4 不同荷载速度下,观察点B的孔压沿 $z^* = z - vt$ 变化情况

Fig.4 Variation of the pore pressure of the observation B with $z^* = z - vt$ for different moving load velocities

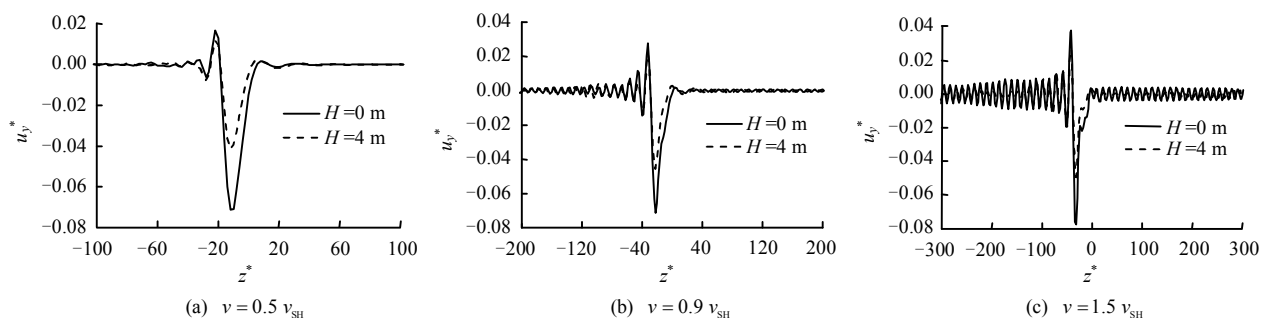


图5 不同荷载速度下,观察点A的竖向位移沿 $z^* = z - vt$ 变化情况

Fig.5 Variation of the vertical displacement of the observation A with $z^* = z - vt$ for different moving load velocities

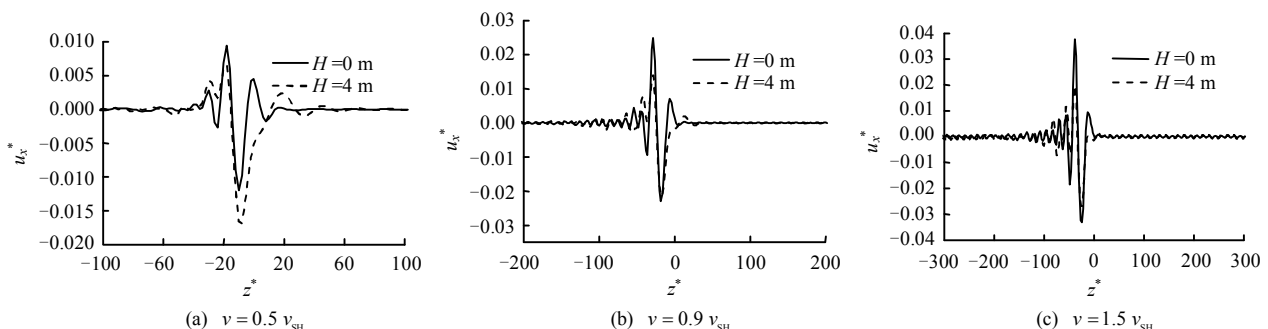


图6 不同荷载速度下,观察点A的水平向位移 u_x^* 沿 $z^* = z - vt$ 变化情况

Fig.6 Variation of the horizontal displacement u_x^* of the observation A with $z^* = z - vt$ for different moving load velocities

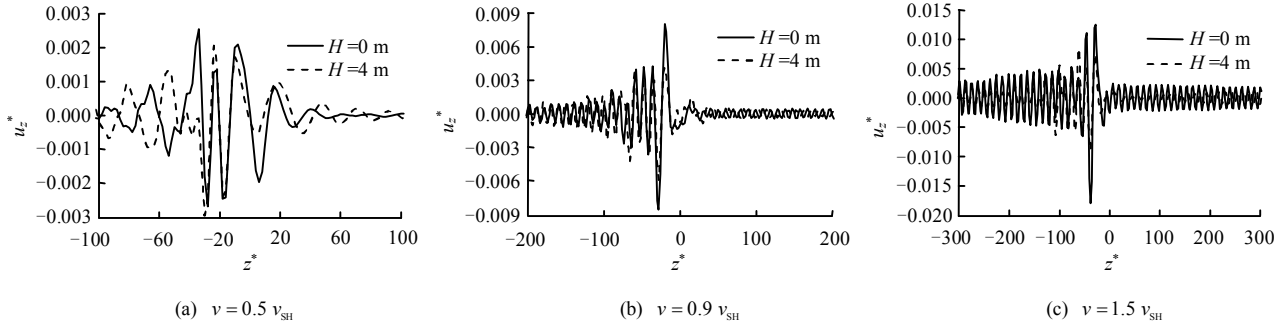
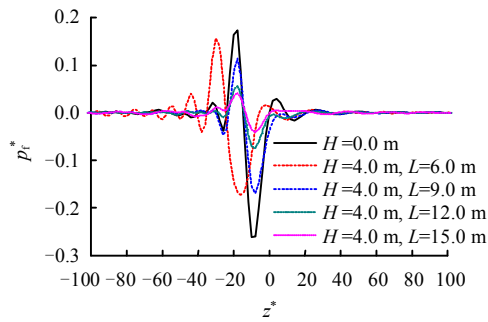
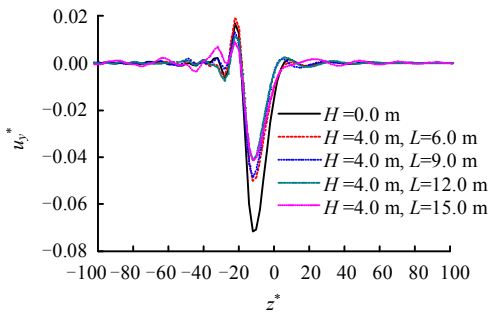
图7 不同荷载速度下, 观察点A的水平向位移 u_z^* 沿 $z^*=z-vt$ 变化情况Fig.7 Variation of the horizontal displacement u_z^* of the observation A with $z^*=z-vt$ for different moving load velocities

图8表示在荷载速度 $v=0.5v_{SH}$, 不同的荷载与沟间距 L 下, B 的孔压 $p_f^*=p_f/\mu$ 和 A 的竖向位移 $u_y^*=\mu u_y a_1/F_n$ 沿 $z^*=z-vt$ 变化情况。

从图中可知: 当 $L<12$ m时, 空沟对土体中孔隙水压力、土体表面的竖向位移隔振效果较差, 随 L 增大, 隔振效果较好, 但 $L>12$ m后, 再增大间距, 隔振效果几乎不改变。主要是由于在接近振源附近, 土体内体波的影响比表面波大, 随距振源的距离 L 增大, 由于表面波沿垂直于自由面向下的方向衰减很快, 经空沟下方绕过的体波明显减弱, 空沟能够更好地阻隔表面波。



(a) 观察点B的孔压

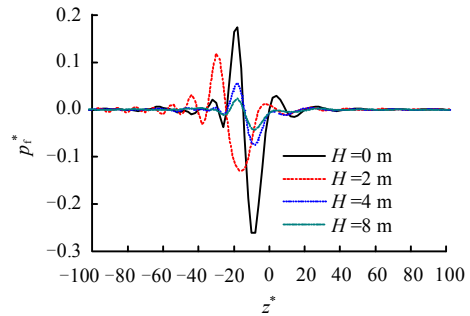


(b) 观察点A的竖向位移

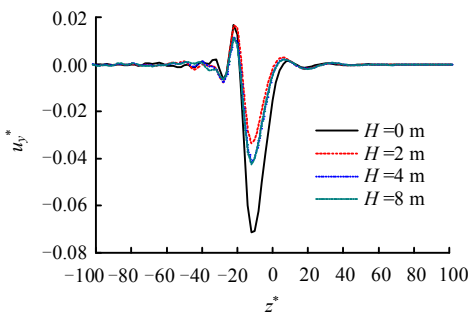
图8 不同间距下, 观察点响应沿 $z^*=z-vt$ 变化情况。Fig.8 Variation of the pore pressure and displacement of the observation points with $z^*=z-vt$ under different distances between the vibration source and the open trench

图9表示在荷载速度 $v=0.5v_{SH}$, 不同沟深 H 下, B 的孔压 $p_f^*=p_f/\mu$ 和 A 的竖向位移 $u_y^*=\mu u_y a_1/F_n$ 沿 $z^*=z-vt$ 变化情况。

从图中可知: 当 $H<2$ m时, 空沟对土体中孔隙水压力、土体表面的竖向位移隔振效果较差, 随 H 增大, 隔振效果较好。



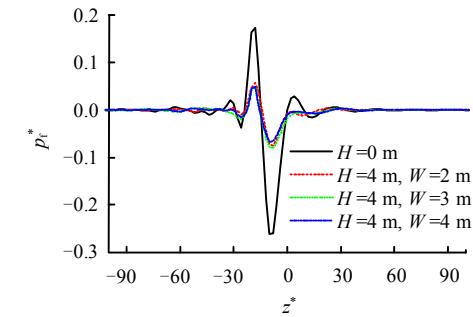
(a) 观察点B的孔压



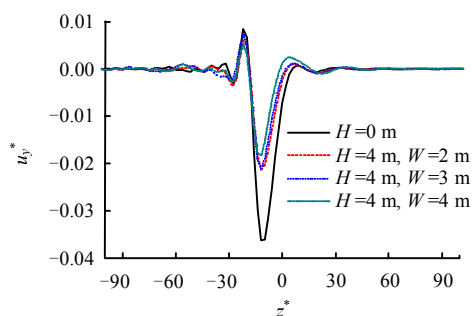
(b) 观察点A的竖向位移

图9 不同沟深下, 观察点响应沿 $z^*=z-vt$ 变化情况Fig.9 Variation of the pore pressure and displacement of the observation points with $z^*=z-vt$ under different depths of the open trench

图10表示在荷载速度 $v=0.5v_{SH}$, 不同沟宽 W 下, B 的孔压 $p_f^*=p_f/\mu$ 和 A 的竖向位移 $u_y^*=\mu u_y a_1/F_n$ 沿 $z^*=z-vt$ 变化情况。从图中可知: 随 W 增大, 隔振效果略有增加, 但 W 的改变对隔振效果影响较其他因素要次之。



(a) 观察点 B 的孔压



(b) 观察点 A 的竖向位移

图 10 不同沟宽下, 观察点响应沿 $z^* = z - vt$ 变化情况.
Fig.10 Variation of the pore pressure and displacement of the observation points with $z^* = z - vt$ under different widths of the open trench

5 结 论

(1) 根据饱和土体 Biot 理论, 采用积分变换方法, 分别推导了频域内单位力及单位散度源作用下饱和土体中土骨架及孔隙流体的格林函数。再由移动荷载的特性, 推导了饱和土体频域-波数内的边界元(2.5D BEM)。利用组合的辅助问题解, 消除了边界积分方程中的 Cauchy 型奇异性。通过与已知文献结果比较, 验证了本文算法的正确性。

(2) 从文中推导过程可以看出: 2.5D BEM 能够把三维移动荷载问题转化为平面内边界元积分问题, 极大地减小了计算工作量。

(3) 算例结果表明: 高速时, 空沟更能够有效阻隔土体孔压、竖向位移的振荡。对于水平位移, 当荷载速度较小时, 空沟对土体表面的水平向位移几乎不起衰减作用, 甚至有放大效应, 虽然在高速时空沟对水平向位移有一定阻隔效果, 但没有对竖向位移的阻隔效果好。随距振源的距离增大, 空沟能够更好地阻隔表面波。随沟深、沟宽增大, 隔振效果增加, 但沟宽的改变对隔振效果影响较沟深要次之。

利用文中方法, 还可分析饱和土体中地铁对周边环境的影响及波场散射问题。

参 考 文 献

- [1] 张茹, 涂扬举, 费文平, 等. 振动频率对饱和黏性土动力特性的影响[J]. 岩土力学, 2006, 27(5): 699—704.
ZHANG Ru, TU Yang-ju, FEI Wen-ping, et al. Effect of vibration frequency on dynamic properties of saturated cohesive soil[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2006, 27(5): 699—704.
- [2] 王田友. 地铁运行所致环境振动与建筑物隔振方法研究[D]. 上海: 同济大学, 2008.
- [3] 谭燕, 何铿, 高俊涛. 地铁引发低频振动的隔振效果分析[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2009, 37(5): 106—108.
TAN Yan, HE Zeng, GAO Jun-tao. Mitigation analysis of subway induced low frequency vibrations[J]. *Journal of Huazhong University of Science & Technology (Natural Science Edition)*, 2009, 37(5): 106—108.
- [4] RASMUSSEN K M, NIELSEN S R K, KIRKEGAARD P H. Boundary element method in time domain for a moving time-dependent force[J]. *Computers and Structures*, 2001, 79(7): 691—701.
- [5] ANDERSEN L, NIELSEN S R K. Boundary element analysis of the steady-state response of an elastic half-space to a moving force on its surface[J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2003, 27(1): 23—38.
- [6] MAY T W, BOLT B A. The effectiveness of trenches in reducing seismic motion[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1982, 10(2): 195—210.
- [7] WOODS R D. Screening of surface waves in soils[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1968, 94(4): 951—979.
- [8] LIAO S, SANGREY D A. Use of piles as isolation barriers[J]. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, 1978, 104(9): 1139—1152.
- [9] KIM J, PAPAGEORGIOU A S. Discrete wave number boundary element method for 3-D scattering problems[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1993, 119(3): 603—624.
- [10] PAPAGEORGIOU A S, PEI D. A discrete wave number boundary element method for study of the 3-D response of 2-D scatters[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1998, 27(6): 619—638.

- [11] 熊浩, 高广运, 王小岗. 层状地基中空沟对交通荷载的竖向隔振分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(4): 1131—1137.
XIONG Hao, GAO Guang-yun, WANG Xiao-gang. Analysis of isolating vertical vibration from traffic loads by open trench in layered ground[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(4): 1131—1137.
- [12] LU J F, JENG Dong-sheng. A half-space saturated poro-elastic medium subjected to a moving point load[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2007, 44(2): 573—586.
- [13] 高广运, 何俊锋, 李宁, 等. 饱和地基上列车运行引起的地面振动隔振分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(7): 2191—2198.
GAO Guang-yun, HE Jun-feng, LI Ning, et al. Analysis of isolating ground vibration induced by trains running on saturated ground[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(7): 2191—2198.
- [14] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range[J]. **The Journal of the Acoustic Social of America**, 1956, 28(2): 168—178.
- [15] BIOT M A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media[J]. **The Journal of the Acoustic Social of America**, 1962, 34(5): 1254—1264.
- [16] NORRIS A N. Radiation from a point source and scattering theory in a fluid-saturated porous medium[J]. **The Journal of the Acoustic Social of America**, 1985, 77(6): 2012—2023.
- [17] ZIMMERMAN C, STERN M. Boundary element solution of 3-D wave scatter problems in a poroelastic medium[J]. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, 1993, 12(4): 223—240.
- [18] XU B, LU J F, WANG J H. Dynamic response of a layered water-saturated half-space to a moving load[J]. **Computers and Geotechnics**, 2008, 35(1): 1—10.
- [19] 李志毅. 分层及饱和分层地基列车运行引起的地面振动特性分析[D]. 上海: 同济大学, 2006.